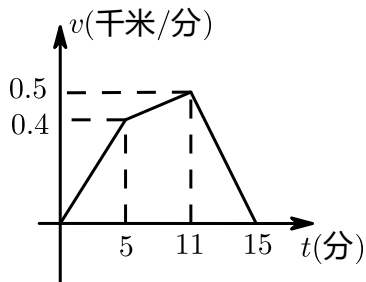


第3讲 一次函数与实际应用（练习）

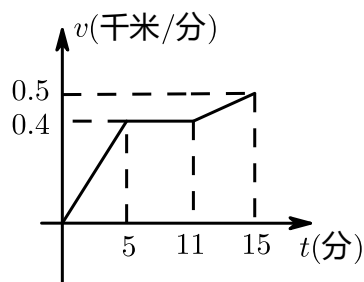
一、行程问题

1. 小刚以400米/分的速度匀速骑车5分，在原地休息了6分，然后以500米/分的速度骑回出发地．设小刚离出发地路程为 s （千米），速度为 v （千米/分），时间为 t （分），下列函数图象能表达这一过程的是（ ）．

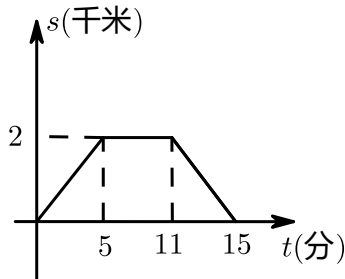
A.



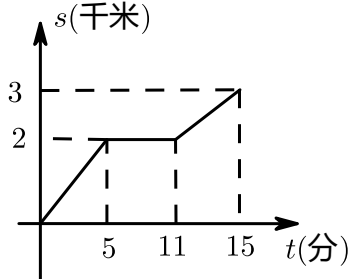
B.



C.



D.

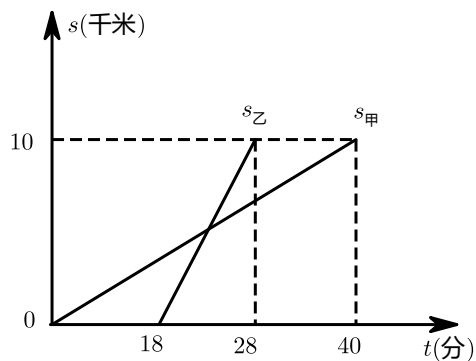


【答案】C

【解析】由题意得：以400米/分的速度匀速骑车5分，路程随时间匀速增加；
在原地休息了6分，路程不变；以500米/分的速度骑回出发地，路程逐渐减少．
故选C．

【标注】【知识点】一次函数的行程问题

2. 甲、乙两人以相同路线前往距离单位10km的培训中心参加学习．图中 $s_{甲}$ 、 $s_{乙}$ 分别表示甲、乙两人前往目的地所走的路程 s (km)随时间 t （分）变化的函数图象．以下说法：①乙比甲提前12分钟到达；②甲的平均速度为15千米/小时；③乙走了8km后遇到甲；④乙出发6分钟后追上甲．其中正确的有（ ）．



A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【答案】 B

【解析】 ①乙在28分时到达，甲在40分时到达，所以乙比甲提前了12分钟到达；故①正确；

②根据甲到达目的地时的路程和时间知：甲的平均速度 = $10 \div \frac{40}{60} = 15$ 千米/时；故②正确；

④设乙出发 x 分钟后追上甲，则有： $\frac{10}{28-18} \times x = \frac{10}{40} \times (18+x)$ ，解得 $x=6$ ，故④正确；

③由④知：乙第一次遇到甲时，所走的距离为： $6 \times \frac{10}{28-18} = 6\text{km}$ ，故③错误；
所以正确的结论有三个：①②④，

故选：B．

【标注】【知识点】一次函数的行程问题

3. 小明家、公交车站、学校在一条笔直的公路旁（小明家到这条公路的距离忽略不计）．一天，小明从家出发去上学，沿这条公路步行到公交车站恰好乘上一辆公交车，公交车沿这条路匀速行驶，小明下车时发现还有4分钟上课，于是他沿这条路跑步赶到学校（上、下车时间忽略不计），小明与家的距离 s （单位：米）与他所用的时间 t （单位：分钟）之间的函数关系如图所示．已知小明从家出发7分钟时与家的距离为1200米，从上车到他到达学校共用10分钟．下列说法：

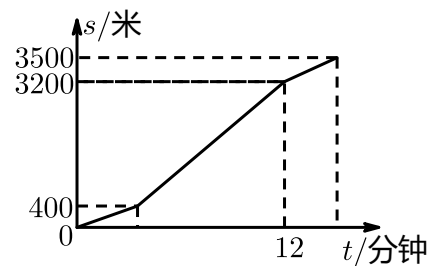
①小明从家出发5分钟时乘上公交车

②公交车的速度为400米/分钟

③小明下公交车后跑向学校的速度为100米/分钟

④小明上课没有迟到．

其中正确的个数是（ ）．



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 D

【解析】 根据 $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1200 \end{cases}, \begin{cases} x = 12 \\ y = 3200 \end{cases}$

求出第二段函数关系式为 $y = 400x - 1600$,

当 $y = 400$ 时, $x = 5$,

则小明从家出发5分钟乘公交, ①正确;

公交车的速度为 $(3200 - 400) \div (12 - 5) = 400$ (米/分钟), ②正确;

$\therefore$ 上车到他到达学校共用10分钟, 则下车到学校用了3分钟的时间,

$\therefore$ 他没迟到, ④正确;

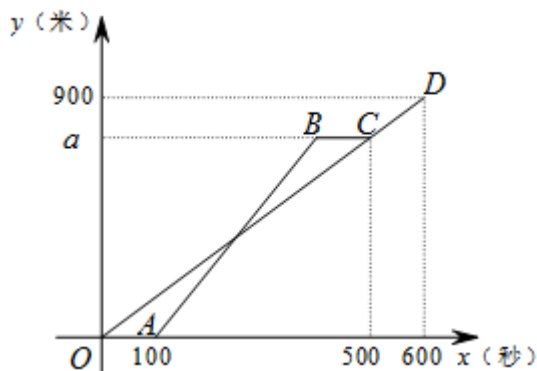
小明下车后跑向学校的速度为: $(3500 - 3200) \div (10 - 7) = 100$ (米/分钟), ③正确;

①②③④都正确.

故选D.

【标注】 【知识点】一次函数的行程问题

4. 甲、乙两人从顺义少年宫出发, 沿相同的线路跑向顺义公园, 甲先跑一段路程后, 乙开始出发, 当乙超过甲150米时, 乙停在此地等候甲, 两人相遇后, 乙和甲一起以甲原来的速度跑向顺义公园, 如图是甲、乙两人在跑步的全过程中经过的路程 y (米) 与甲出发的时间 x (秒) 的函数图象, 请根据题意解答下列问题.



- (1) 在跑步的全过程中，甲共跑了 _____ 米，甲的速度为 _____ 米/秒；
- (2) 求乙跑步的速度及乙在途中等候甲的时间；
- (3) 求乙出发多长时间第一次与甲相遇？

【答案】 (1) 900 ; 1.5

- (2) 乙在途中等候甲的时间是100秒
- (3) 乙出发150秒时第一次与甲相遇 .

【解析】 (1) 解：(1) 根据图象可以得到：甲共跑了900米，用了600秒，

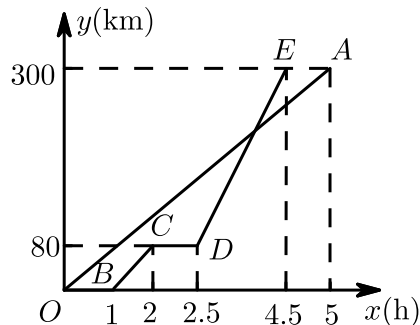
$\therefore$ 甲的速度为 $900 \div 600 = 1.5$ 米/秒 .

- (2) (2) 甲跑500秒的路程是 $500 \times 1.5 = 750$ 米，
甲跑600米的时间是 $(750 - 150) \div 1.5 = 400$ 秒，
乙跑步的速度是 $750 \div (400 - 100) = 2.5$ 米/秒，
乙在途中等候甲的时间是 $500 - 400 = 100$ 秒 .

- (3) $\because D(600, 900), A(100, 0), B(400, 750)$,
 $\therefore OD$ 的函数关系式为 $y = 1.5x$, AB 的函数关系式为 $y = 2.5x - 250$,
根据题意得 $\begin{cases} y = 1.5x \\ y = 2.5x - 250 \end{cases}$,
解得 $x = 250$,
 $\therefore$ 乙出发150秒时第一次与甲相遇 .

【标注】 【知识点】一次函数与实际问题

5. 甲、乙两地相距300km，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发驶向乙地．如图，线段OA表示货车离甲地的距离y(km)与时间x(h)之间的函数关系，折线BCDE表示轿车离甲地的距离y(km)与时间x(h)之间的函数关系．根据图象，解答下列问题：



- (1) 线段CD表示轿车在途中停留了 _____ h .
- (2) 求线段DE对应的函数表达式 .
- (3) 求轿车从甲地出发后经过多长时间追上货车 .

【答案】(1) 0.5 或 $\frac{1}{2}$

(2) $y = 110x - 195 (2.5 \leq x \leq 4.5)$.

(3) 2.9小时

【解析】(1) 利用图象可得：线段 CD 表示轿车在途中停留了： $2.5 - 2 = 0.5$ 小时.

(2) 根据 D 点坐标为： $(2.5, 80)$ ， E 点坐标为： $(4.5, 300)$ ，

代入 $y = kx + b$ ，得：

$$\begin{cases} 80 = 2.5k + b \\ 300 = 4.5k + b \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} b = -195 \\ k = 110 \end{cases}$$

故线段 DE 对应的函数解析式为： $y = 110x - 195 (2.5 \leq x \leq 4.5)$.

(3) $\because A$ 点坐标为： $(5, 300)$ ，

代入解析式 $y = ax$ 得，

$$300 = 5a,$$

解得： $a = 60$ ，

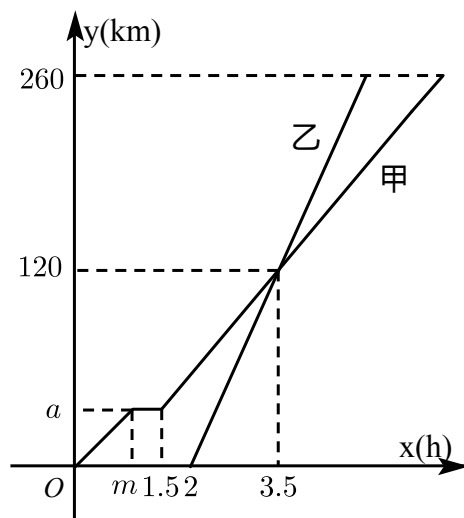
故 $y = 60x$ ，当 $60x = 110x - 195$ ，

解得： $x = 3.9$ ，故 $3.9 - 1 = 2.9$ （小时），

答：轿车从甲地出发后经过2.9小时追上货车.

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

6. 甲、乙两车从 A 地驶向 B 地，并以各自的速度匀速行驶，甲车比乙车早行驶2h，并且甲车途中休息了0.5h，如图是甲乙两车行驶的距离 $y(\text{km})$ 与甲的行驶时间 $x(\text{h})$ 的函数图象.



(1) 求出图中 m ， a 的值.

(2) 求出甲车行驶路程 $y(\text{km})$ 与时间 $x(\text{h})$ 的函数解析式，并写出相应的 x 的取值范围.

(3) 当乙车行驶多长时间时, 两车恰好相距50km.

【答案】(1) $a = 40$, $m = 1$.

$$(2) y = \begin{cases} 40x & (0 \leq x \leq 1) \\ 40 & (1 < x \leq 1.5) \\ 40x - 20 & (1.5 < x \leq 7) \end{cases}.$$

(3) 乙车行驶 $\frac{1}{4}$ 小时或 $\frac{11}{4}$ 小时, 两车恰好相距50km.

【解析】(1) 由题意, 得 $m = 1.5 - 0.5 = 1$.

$$120 \div (3.5 - 0.5) = 40,$$

$$\therefore a = 40 \times 1 = 40.$$

答: $a = 40$, $m = 1$.

(2) 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_1x$,

由题意, 得 $40 = k_1$,

$$\therefore y = 40x,$$

当 $1 < x \leq 1.5$ 时, $y = 40$.

当 $1.5 < x \leq 7$ 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_2x + b$,

$$\text{由题意, 得} \begin{cases} 40 = 1.5k_2 + b \\ 120 = 3.5k_2 + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2 = 40 \\ b = -20 \end{cases},$$

$$\therefore y = 40x - 20.$$

$$\text{综上, } y = \begin{cases} 40x & (0 \leq x \leq 1) \\ 40 & (1 < x \leq 1.5) \\ 40x - 20 & (1.5 < x \leq 7) \end{cases}.$$

(3) 设乙车行驶的路程 y 与时间 x 之间的解析式为 $y = k_3x + b_3$,

$$\text{由题意, 得} \begin{cases} 0 = 2k_3 + b_3 \\ 120 = 3.5k_3 + b_3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_3 = 80 \\ b_3 = -160 \end{cases},$$

$$\therefore y = 80x - 160.$$

当 $40x - 20 - 50 = 80x - 160$ 时,

$$\text{解得: } x = \frac{9}{4}.$$

当 $40x - 20 + 50 = 80x - 160$ 时,

$$\text{解得: } x = \frac{19}{4}.$$

$$\frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4}, \frac{19}{4} - 2 = \frac{11}{4}.$$

答: 乙车行驶 $\frac{1}{4}$ 小时或 $\frac{11}{4}$ 小时, 两车恰好相距50km.

【标注】【知识点】函数自变量的取值范围

【知识点】函数的图象

【知识点】一次函数的解析式

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一次函数与一元一次方程

二、方案选择问题

7. 某校开展“文明在行动”的志愿者活动，准备购买某一品牌书包送到希望学校，在A商店，无论一次购买多少，价格均为每个50元．在B商店，一次购买数量不超过10个时，价格为每个60元；一次购买数量超过10个时，超出10个部分打八折．设一次购买该品牌书包的数量为 x 个($x > 0$)．

(1) 根据题意填表．

一次购买数量/个	5	10	15	...
A商店花费/元		500		...
B商店花费/元		600		...

(2) 设在A商店花费 y_1 元，在B商店花费 y_2 元，分别求出 y_1 ， y_2 其关于 x 的函数解析式．

(3) 根据题意填空．

- ① 若小丽在A商店和在B商店一次购买书包的数量相同，且花费相同，则她在同一商店一次购买书包的数量为 _____ 个．
- ② 若小丽在同一商店一次购买书包的数量为50个，则她在A，B两个商店中的 _____ 商店购买花费少．
- ③ 若小丽在同一商店一次购买书包花费了1800元，则她在A、B两个商店中 _____ 商店购买数量多．

【答案】(1) 250, 750, 300, 840 .

(2) $y_1 = 50x(x > 0)$,

当 $0 < x \leq 10$ 时, $y_2 = 60x$,

当 $x > 10$ 时, $y_2 = 48x + 120$.

(3) ① 60

② A

③ A

【解析】(1) $x = 5$ 时,

$$A: 5 \times 50 = 250,$$

$$B: 5 \times 60 = 300,$$

$$x = 15 \text{ 时},$$

$$A: 15 \times 50 = 750,$$

$$B: 10 \times 60 + 5 \times 60 \times 0.8 = 840,$$

故答案为：250, 750, 300, 840.

$$(2) y_1 = 50x (x > 0),$$

$$\text{当 } 0 < x \leq 10 \text{ 时}, y_2 = 60x,$$

$$\text{当 } x > 10 \text{ 时}, y_2 = 60 \times 10 + 60 \times 0.8(x - 10),$$

$$\text{即 } y_2 = 48x + 120.$$

$$(3) \textcircled{1} 50x = 48x + 120, \text{ 解得: } x = 60.$$

$$\textcircled{2} x = 50 \text{ 时},$$

$$A: 50 \times 50 = 2500,$$

$$B: 48 \times 50 + 120 = 2520,$$

故A花费少.

$$\textcircled{3} 50x = 1800, \text{ 解得: } x = 36,$$

$$48x + 120 = 1800, \text{ 解得: } x = 35.$$

故A商店购买数量多.

【标注】【能力】分析和解决问题能力

【知识点】一次函数与实际问题

8. 某电视机厂要印制产品宣传材料，甲印刷厂提出：每份材料收1元印制费，另需收取所有印制材料的制版费1500元，乙印刷厂提出：每份材料收2.5元印制费，不收制版费，设该电视厂在同一个印刷厂一次印刷时的数量为 x 份 ($x > 0$) .

(1) 根据题意填表：

一次印制数量 (份)	300	500	1500	...
甲印刷厂花费 (元)		2000		...
乙印刷厂花费 (元)		1250		...

(2) 设在甲印刷厂花费 y_1 元，在乙印刷厂花费 y_2 元，分别求 y_1 , y_2 关于 x 的函数解析式.

(3) 根据题意填空：

- ① 若电视厂在甲印刷厂和在乙印刷厂一次印制宣传材料的数量相同，且花费相同，则该电视厂在同一个印刷厂一次印制材料的数量为 _____ 份 .

②

印制800份宣传材料时，选择 _____ 印刷厂比较合算．

- ③ 电视机厂拟拿出3000元用于印制宣传材料，在 _____ 印刷厂印制宣传材料可以多一些．

【答案】(1)

一次印制数量(份)	300	500	1500	...
甲印刷厂花费(元)	1800	2000	3000	...
乙印刷厂花费(元)	750	1250	3750	...

(2) $y_1 = x + 1500 (x > 0)$, $y_2 = 2.5x (x > 0)$.

(3) ① 1000

② 乙

③ 甲

【解析】(1) 甲印刷厂印制300份花费： $300 \times 1 + 1500 = 1800$ (元) ,

甲印刷厂印制1500份花费： $1500 \times 1 + 1500 = 3000$ (元) ,

乙印刷厂印制300份花费： $300 \times 2.5 = 750$ (元) ,

乙印刷厂印制1500份花费： $1500 \times 2.5 = 3750$ (元) .

(2) $y_1 = x + 1500 (x > 0)$,

$y_2 = 2.5x (x > 0)$.

(3) ① $y_1 = y_2$,

$$x + 1500 = 2.5x$$

$$1.5x = 1500$$

$$x = 1000 .$$

② 当 $x = 800$ 时 ,

$$y_1 = 800 + 1500 = 2300 ,$$

$$y_2 = 2.5 \times 800 = 2000 ,$$

$$\therefore y_1 > y_2 ,$$

$\therefore$ 选择乙印刷厂比较合算 .

③ 当 $y = 3000$ 时 ,

$$\text{甲} : x + 1500 = 3000$$

$$x = 1500 ,$$

$$\text{乙} : 2.5x = 3000$$

$$x = 1200 ,$$

$\therefore$ 在甲印刷厂印刷宣传材料可以多一些 .

【标注】【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

【知识点】根据条件写一次函数解析式

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一元一次方程的和差倍分

【知识点】一元一次方程的经济问题-其它

【思想】数形结合思想

9. 甲、乙两个种子店都销售“黄金1号”玉米种子. 在甲店, 该种子的价格为5元/kg, 如果一次购买2kg以上的种子, 超过2kg部分的种子的价格打8折. 在乙店, 不论一次购买该种子的数量是多少, 价格均为4.5元/kg.

(1) 根据题意, 填写下表:

一次购买种子数量/kg	1.6	2	4	
甲店付款金额/元	8	10		
乙店付款金额/元		9	18	

- (2) 设一次购买种子的数量为 x kg($x \geq 0$). 在甲店购买的付款金额记为 y_1 元, 在乙店购买的付款金额为 y_2 元, 分别求 y_1 , y_2 关于 x 的函数解析式.
- (3) 若在同一店中一次购买种子的付款金额是36元, 则最多可购买种子 _____ kg.
- 若在同一店中一次购买种子10kg, 则最少付款金额是 _____ 元.

【答案】(1) 18; 7.2.

$$(2) y_1 = \begin{cases} 5x (0 < x \leq 2) \\ 4x + 2 (x > 2) \end{cases};$$

$$y_2 = 4.5x, x \geq 0.$$

(3) 8.5; 42

【解析】(1) $x = 1.6$ 时, 乙: $1.6 \times 4.5 = 7.2$;

$$x = 4 \text{时, 甲: } 2 \times 5 + (4 - 2) \times 5 \times 0.8 = 18.$$

(2) 设一次购买种子的数量为 x kg($x \geq 0$),

甲店: 当 $0 < x \leq 2$ 时, $y_1 = 5x$;

$$\text{当 } x > 2 \text{时, } y_1 = 2 \times 5 + (x - 2) \times 5 \times 0.8 = 4x + 2;$$

$$\therefore y_1 = \begin{cases} 5x (0 < x \leq 2) \\ 4x + 2 (x > 2) \end{cases};$$

$$\text{乙店: } y_2 = 4.5x, x \geq 0.$$

$$(3) 4x + 2 = 36, \text{ 得: } x = 8.5,$$

$$4.5x = 36, \text{ 得: } x = 8,$$

$\therefore$ 最多可购买种子 8.5kg ,

$$4 \times 10 + 2 = 42,$$

$$4.5 \times 10 = 45,$$

$\therefore$ 最少付款金额是 42 元.

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

10. 某游泳馆推出了两种收费方式.

方式一：顾客先购买会员卡，每张会员卡 200 元，仅限本人一年内使用，凭卡游泳，每次游泳再付费 30 元.

方式二：顾客不购买会员卡，每次游泳付费 40 元.

设小亮在一年内来此游泳馆游泳的次数为 x 次 (x 为正整数).

(1) 根据题意，填写下表：

游泳次数	5	10	15	...	x
方式一的总费用 (元)	350		650	...	
方式二的总费用 (元)	200	400		...	

(2) 若小亮计划今年游泳的总费用为 2000 元，选择哪种付费方式，他游泳的次数比较多？

(3) 当 $x > 12$ 时，小亮选择哪种付费方式更合算？并说明理由.

【答案】 (1) 500 ; $200 + 30x$; 600 ; $40x$.

(2) 方式一次数多.

(3) 当 $12 < x < 20$ 时，选方式二次数多，更合算；

当 $x = 20$ 时，选方式一或二一样多；

当 $x > 20$ 时，选方式一次数多，更合算.

【解析】 (1) $x = 10$ 时，

方式一： $200 + 30 \times 10 = 500$ 元；

$x = 15$ 时，

方式二： $40 \times 15 = 600$ 元；

次数为 x 时，

方式一： $200 + 30x$ ；

方式二： $40x$ ．

(2) $20 + 30x = 2000$ ，得 $x = 60$ ，

$40x = 2000$ ，得 $x = 50$ ，

故方式一次数多．

(3) 令 $200 + 30x > 40x$ ，得 $x < 20$ ；

$200 + 30x = 40x$ ，得 $x = 20$ ；

$200 + 30x < 40x$ ，得 $x > 20$ ．

故：当 $12 < x < 20$ 时，选方式二次数多，更合算；

当 $x = 20$ 时，选方式一或二一样多；

当 $x > 20$ 时，选方式一次数多，更合算．

【标注】【知识点】一元一次方程的方案选择问题

11. 某市中心城区居民用水实行以户为单位的三级阶梯收费办法：

第Ⅰ级：居民每户每月用水不超过18吨时，每吨收水费3元；

第Ⅱ级：居民每户每月用水超过18吨但不超过25吨，未超过18吨的部分按照第Ⅰ级标准收费，超过的部分每吨收水费4元；

第Ⅲ级：居民每户每月用水超过25吨，未超过25吨的部分按照第Ⅰ、Ⅱ级标准收费，超过的部分每吨收水费6元．

现把上述水费阶梯收费办法称为方案①；假设还存在方案②：居民每户月用水一律按照每吨4元的标准缴费．

设一户居民月用水 x 吨．

(1) 根据题意填表：

一户居民月用水量 (吨)	10	25	36	...
方案①应缴水费 (元)	30			...
方案②应缴水费 (元)	40	100		...

(2) 设方案①应缴水费为 y_1 元，方案②应缴水费为 y_2 元，分别求 y_1 ， y_2 关于 x 的函数解析式．

(3) 当 $x > 25$ 时，通过计算说明居民选择哪种付费方式更合算．

【答案】 (1)

一户居民月用水量 (吨)	10	25	36	...
方案①应缴水费 (元)	30	82	148	...
方案②应缴水费 (元)	40	100	144	...

$$(2) \quad y_1 = \begin{cases} 3x, 0 \leq x \leq 18 \\ 4x - 18, 18 < x \leq 25; y_2 = 4x (x \geq 0) \\ 6x - 68, x > 25 \end{cases}$$

(3) 当 $25 < x < 34$ 时, 选方案①更优惠;

当 $x = 34$ 时, 价格相同;

当 $x > 34$ 时, 选方案②更优惠.

【解析】 (1) $x = 25$ 时, 方案①: $18 \times 3 + 4 \times (25 - 18) = 82$,

$x = 36$ 时, 方案①: $18 \times 3 + 4 \times (25 - 18) + 6 \times (36 - 25) = 148$,

方案②: $4 \times 36 = 144$.

(2) $0 \leq x \leq 18$ 时, $y_1 = 3x$,

$18 < x \leq 25$ 时, $y_1 = 54 + 4(x - 18) = 4x - 18$,

$x > 25$ 时, $y_1 = 82 + 6(x - 25) = 6x - 68$,

故: $y_1 = \begin{cases} 3x, 0 \leq x \leq 18 \\ 4x - 18, 18 < x \leq 25; y_2 = 4x (x \geq 0) \\ 6x - 68, x > 25 \end{cases}$

(3) $x > 25$ 时,

$6x - 68 > 4x$, 解得: $x > 34$;

$6x - 68 = 4x$, 解得: $x = 34$;

$6x - 68 < 4x$, 解得: $x < 34$;

故当 $25 < x < 34$ 时, 选方案①更优惠;

当 $x = 34$ 时, 价格相同;

当 $x > 34$ 时, 选方案②更优惠.

【标注】【知识点】一元一次方程的梯度计价问题

12. 某公司要购买一种笔记本供员工学习时使用, 在甲文具店不管一次购买多少本, 每本价格为2元, 在乙文具店购买同样的笔记本, 一次购买数量不超过20时, 每本价格为2.4元; 一次购买数量超过20时, 超过部分每本价格为1.8元.

设在同一家文具店一次购买这种笔记本的数量为 x (x 为非负整数).

(1) 根据题意, 填写下表:

一次购买数量 (本)	10	20	30	40	...
甲文具店付款金额 (元)	20		60		...
乙文具店付款金额 (元)	24		66		...

(2) 设在甲文具店购买这种笔记本的付款金额为 y_1 元, 在乙文具店购买这种笔记本的付款金额为 y_2 元, 分别写出 y_1 , y_2 关于 x 的函数关系式.

(3) 当 $x \geq 50$ 时, 在哪家文具店购买这种笔记本的花费少? 请说明理由.

【答案】 (1) 40 , 80 ; 48 , 84 .

(2) $y_1 = 2x(x \geq 0)$;

$$y_1 = \begin{cases} 2.4x & (0 \leq x \leq 20) \\ 2.4 \times 20 + 1.8(x - 20) & (x > 20) \end{cases} .$$

(3) 当 $50 \leq x < 60$ 时, 在甲文具店购买这种笔记本的花费少 ,

当 $x = 60$ 时, 两家文具店花费一样多 ,

当 $x > 60$ 时, 在乙文具店购买这种笔记本的花费少 .

【解析】 (1) 由题意可得 ,

当购买20本时, 甲文具店需要付款: $2 \times 20 = 40$ (元) , 乙文具店需要付款:

$2.4 \times 20 = 48$ (元) ,

当购买40本时, 甲文具店需要付款: $2 \times 40 = 80$ (元) , 乙文具店需要付款:

$2.4 \times 20 + 1.8 \times (40 - 20) = 84$ (元) ,

故答案为: 40 , 80 ; 48 , 84 .

(2) 由题意可得 ,

$y_1 = 2x(x \geq 0)$;

$$y_1 = \begin{cases} 2.4x & (0 \leq x \leq 20) \\ 2.4 \times 20 + 1.8(x - 20) & (x > 20) \end{cases} .$$

(3) 令 $2x = 2.4 \times 20 + 1.8(x - 20)$,

解得, $x = 60$,

$\therefore$ 当 $50 \leq x < 60$ 时, 在甲文具店购买这种笔记本的花费少 ,

当 $x = 60$ 时, 两家文具店花费一样多 ,

当 $x > 60$ 时, 在乙文具店购买这种笔记本的花费少 .

【标注】 【能力】 运算能力

【思想】 函数思想

【知识点】 一次函数与实际问题

13. 疫情期间, 甲厂欲购买某种无纺布生产口罩, A 、 B 两家无纺布公司各自给出了该种无纺布的销售方案 .

A 公司方案: 无纺布的价格均为每吨1.95万元 ;

B 公司方案: 无纺布不超过30吨时, 每吨收费2万元; 超过30吨时, 超过的部分每吨收费1.9万元 .

设甲厂在同一公司一次购买无纺布的数量为 x 吨($x > 0$) .

(1) 根据题意, 填写下表 :

一次购买数量 (吨)	10	20	35	...

A公司花费 (万元)		39		...
B公司花费 (万元)		40		...

(2) 设在A公司花费 y_1 万元, 在B公司花费 y_2 万元, 分别求 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式.

(3) 如果甲厂所需购买的无纺布是50吨, 试通过计算说明选择哪家公司费用较少.

【答案】

(1)	一次购买数量 (吨)	10	20	35	...
	A公司花费 (万元)	19.5	39	68.25	...
	B公司花费 (万元)	20	40	69.5	...

(2) $y_1 = 1.95x (x > 0); y_2 = \begin{cases} 2x (0 < x \leq 30) \\ 1.9x + 3 (x > 30) \end{cases}$.

(3) A公司费用较少

【解析】 (1) $x = 10, A: 1.95 \times 10 = 19.5, B: 2 \times 10 = 20,$
 $x = 35, A: 1.95 \times 35 = 68.25, B: 2 \times 30 + 5 \times 1.9 = 69.5.$

(2) 根据题意得: $y_1 = 1.95x (x > 0);$

当 $0 < x \leq 30$ 时, $y_2 = 2x,$

当 $x > 30$ 时, $y_2 = 30 \times 2 + 1.9(x - 30) = 1.9x + 3.$

(3) $x = 50$ 时, $y_1 = 1.95 \times 50 = 97.5,$

$y_2 = 1.9 \times 50 + 3 = 98,$

$y_1 < y_2,$

故A公司费用较少.

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

三、方案设计问题

14. 某学校计划组织500人参加社会实践活动, 与某公交公司接洽后, 得知该公司有A、B型两种客车, 它们的载客量和租金如表所示:

	A型客车	B型客车
载客量 (人/辆)	45	28
租金 (元/辆)	400	250

经测算, 租用A、B型客车共13辆较为合理, 设租用A型客车 x 辆, 根据要求回答下列问题:

(1) 用含 x 的代数式填写下表:

	车辆数 (辆)	载客量 (人)	租金 (元)

A型客车	x	$45x$	$400x$
B型客车	$13 - x$	_____	_____

(2) 采用怎样的租车方式可以使总的租车费用最低，最低为多少？

【答案】 (1) $364 - 28x$; $3250 - 250x$

(2) A车8辆，B车5辆，费用为4450 .

【解析】 (1) 载客量 $28(13 - x) = 364 - 28x$

租金 $250(13 - x) = 3250 - 250x$

(2) 能容纳的人数至少要有500人

$$45x + 364 - 28x \geq 500$$

$$x \geq 8$$

$$\text{租金为 } 400x + 3250 - 250x = 150x + 3250$$

当 $x = 8$ 时有最小值，4450元 .

【标注】 【知识点】一次函数与实际问题

15. A市和B市分别有库存某种机器12台和6台，现决定支援C市10台，D市8台．已知从A市调运一台机器到C市、D市的运费分别为400元和800元；从B市调运一台机器到C市、D市的运费分别为300元和500元．

(1) 设从B市运往C市机器 x 台，填写下表．

表一：

B市运往C市机器的数量/台	1	x
B市运往D市机器的数量/台	5	
A市运往C市机器的数量/台	9	
A市运往D市机器的数量/台	3	

表二：

B市运往C市机器的数量/台	1	x
B市运往C市机器的运费/台	300	
B市运往D市机器的运费/台	500	
A市运往C市机器的运费/台	400	
A市运往D市机器的运费/台	800	

(2) 求使总运费最低的调运方案，最低总运费是多少？

【答案】 (1) 答案为： $6-x$ ， $10-x$ ， $2+x$ ； $300x$ ， $500(6-x)$ ， $400(10-x)$ ， $800(2+x)$ 。

(2) 使总运费最低的调运方案是B市运往C市0台，B市运往D市6台，A市运往C市10台，A市运往D市2台，最低总运费为8600元。

【解析】 (1) 表一： $\because$ B市有6台机器，运往C市 x 台，

$\therefore$ B市运往D市机器的数量为 $6-x$ 台，

$\therefore$ 支援C市10台， $\therefore$ A市运往C市机器的数量为 $10-x$ 台，

$\therefore$ A市运往D市机器的数量为 $12-(10-x)=2+x$ 台。

故答案为： $6-x$ ， $10-x$ ， $2+x$ 。

表二： $\because$ 从B市调运一台机器到C市、D市的运费分别为300元和500元，

$\therefore$ 从B市调运机器到C市、D市的总运费分别为 $300x$ 元和 $500(6-x)$ 元，

又从A市调运一台机器到C市、D市的运费分别为400元和800元，

$\therefore$ 从A市调运机器到C市、D市的运费分别为 $400(10-x)$ 元和 $800(2+x)$ 元。

故答案为： $300x$ ， $500(6-x)$ ， $400(10-x)$ ， $800(2+x)$ 。

(2) 从B市运往C市机器 x 台时，总运费为，

$$y = 300x + 500(6-x) + 400(10-x) + 800(2+x) = 200x + 8600；$$

$\therefore$ B市运往D市 $(6-x)$ 台，

$$\therefore 0 \leq x \leq 6，$$

此时 $10-x > 0$ ，

$$y = 200x + 8600$$

$$\therefore 200 > 0，$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时， y 取得最小值，

y 的最小值是8600。

答：使总运费最低的调运方案是B市运往C市0台，B市运往D市6台，A市运往C市10台，A市运往D市2台，最低总运费为8600元。

【标注】【知识点】列代数式

【知识点】一次函数与实际问题

【能力】运算能力

16. 公司有330台机器需要一次性运送到某地，计划租用甲、乙两种货车共8辆。已知每辆甲种货车一次最多运送机器45台、租车费用为400元，每辆乙种货车一次最多运送机器30台、租车费用为280元。

(1) 设租用甲种货车 x 辆 (x 为非负整数)，试填写下表。

表一：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135		
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150		

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元		2800	
租用乙种货车的费用/元		280	

(2) 给出能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案，并说明理由。

【答案】(1) 表一：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	315	$45x$
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	30	$-30x + 240$

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	1200	2800	$400x$
租用乙种货车的费用/元	1400	280	$-280x + 2240$

(2) 能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲种货车6辆，乙种货车2辆。

【解析】(1) 由题意可得，

在表一中，当甲车7辆时，运送的机器数量为： $45 \times 7 = 315$ （台），

则乙车 $8 - 7 = 1$ 辆，运送的机器数量为： $30 \times 1 = 30$ （台），

当甲车 x 辆时，运送的机器数量为： $45 \times x = 45x$ （台），

则乙车 $(8 - x)$ 辆，运送的机器数量为： $30 \times (8 - x) = -30x + 240$ （台），

在表二中，当租用甲货车3辆时，租用甲种货车的费用为： $400 \times 3 = 1200$ （元），

则租用乙种货车 $8 - 3 = 5$ 辆，租用乙种货车的费用为： $280 \times 5 = 1400$ （元），

当租用甲货车 x 辆时，租用甲种货车的费用为： $400 \times x = 400x$ （元），则租用乙种

货车 $(8 - x)$ 辆，租用乙种货车的费用为： $280 \times (8 - x) = -280x + 2240$ （元），

∴表格为：

表一：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	315	$45x$
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	30	$-30x + 240$

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	1200	2800	$400x$
租用乙种货车的费用/元	1400	280	$-280x + 2240$

(2) 能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲车6辆，乙车2辆，

理由：当租用甲种货车 x 辆时，设两种货车的总费用为 y 元，

则两种货车的总费用为： $y = 400x + (-280x + 2240) = 120x + 2240$ ，

又： $45x + (-30x + 240) \geq 330$ ，解得 $x \geq 6$ ，

∵ $120 > 0$ ，

∴在函数 $y = 120x + 2240$ 中， y 随 x 的增大而增大，

∴当 $x = 6$ 时， y 取得最小值，

即能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲种货车6辆，乙种货车2辆。

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一次函数与一元一次不等式

【能力】数据处理能力

17. 某剧院举行专场音乐会，成人票每张20元，学生票每张5元。暑假期间，为了丰富广大师生的业余文化生活，影剧院制定了两种优惠方案，方案一：购买一张成人票赠送一张学生票；方案二：按总价的90%付款。某校有4名老师带队，与若干名（不少于4人）学生一起听音乐会。设学生人数为 x 人， $x \geq 4$ （ x 为整数）。

(1) 根据题意填表：

学生人数/人	4	10	20	...
方案一付款金额/元	80	110		...
方案二付款金额/元	90	117		...

(2) 设方案一付款总金额为 y_1 元，方案二付款总金额为 y_2 元，分别求 y_1 ， y_2 关于 x 的函数解析式。

(3) 根据题意填空：

- ① 若用两种方案购买音乐会的花费相同，则听音乐会的学生有 _____ 人 .
- ② 若有60名学生听音乐会，则用方案 _____ 购买音乐会票的花费少 .
- ③ 若用一种方案购买音乐会票共花费了450元，则用方案 _____ 购买音乐会票，使听音乐的学生人数多 .

【答案】 (1) 160 ; 162 .

(2) $y_1 = 5x + 60$,

$y_2 = 4.5x + 72$.

(3) ① 24

② 二

③ 二

【解析】 (1) 由题意可知，当学生人数为20人时，

方案一付款金额为： $4 \times 20 + (20 - 4) \times 5 = 160$ (元) ；

方案二付款金额为： $(4 \times 20 + 20 \times 5) \times 0.9 = 162$ (元) .

(2) $y_1 = 20 \times 4 + 5(x - 4) = 5x + 60$,

$y_2 = 0.9 \times (20 \times 4 + 5x) = 4.5x + 72$.

(3) ① 由题意得： $y_1 = y_2$ 时，

$5x + 60 = 4.5x + 72$, 解得： $x = 24$.

故答案为：24 .

② 当 $x = 60$ 时，

$y_1 = 5 \times 60 + 60 = 360$,

$y_2 = 4.5 \times 60 + 72 = 342$,

$\therefore 360 > 342$,

$\therefore$ 用方案二购买音乐会票的花费少 .

③ 当 $y_1 = 5x + 60 = 450$ 时， $x = 78$,

当 $y_2 = 4.5x + 72 = 450$ 时， $x = 84$,

$\therefore 78 < 84$,

$\therefore$ 用方案二购买音乐会票，学生人数更多 .

【标注】【思想】函数思想

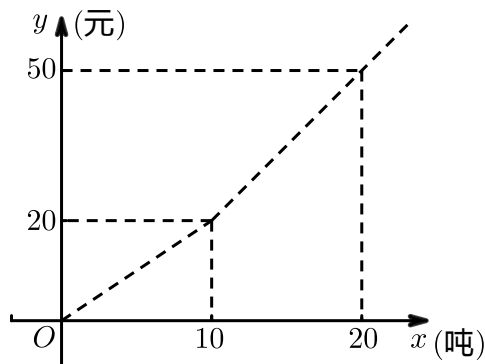
【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一元一次方程的方案选择问题

【能力】分析和解决问题能力

四、分段计价问题

18. 我国西南五省市的部分地区发生严重旱灾，为鼓励节约用水，某市自来水公司采取分段收费标准，右图反映的是每月收取水费 y （元）与用水量 x （吨）之间的函数关系。



- (1) 小明家五月份用水8吨，应交水费_____元。
 (2) 当 $x \geq 10$ 时，求 y 与 x 的函数解析式。
 (3) 若小明家三月份交水费26元，求三月份小明家用水多少吨？

【答案】 (1) 16

(2) $y = 3x - 10$

(3) 这个月用水12吨。

【解析】 (1) 由图象得： $8 \times (20 \div 10) = 8 \times 2 = 16$ 。

(2) 当 $x \geq 10$ 时，设 y 与 x 之间的关系式为 $y = kx + b$ ，

$$\text{由图象得：} \begin{cases} 20 = 10k + b \\ 50 = 20k + b \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} k = 3 \\ b = -10 \end{cases},$$

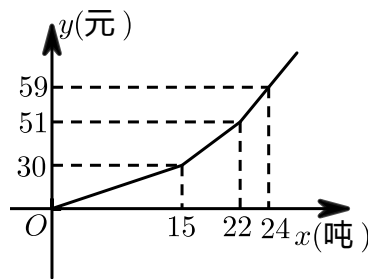
$\therefore$ 一次函数的解析式为： $y = 3x - 10$ 。

(3) 当 $y = 26$ 时， $26 = 3x - 10$ ，解得： $x = 12$ 。

答：这个月用水12吨。

【标注】【知识点】函数图象与实际问题

19. 某地为了鼓励市民节约用水，采取阶梯分段收费标准，共分三个梯段，0—15吨为基本段，15—22吨为极限段，超过22吨为较高收费段，且规定每月用水超过22吨时，超过的部分每吨4元，居民每月应交水费 y （元）是用水量 x （吨）的函数，其图象如图所示：



- (1) 求出基本段每吨水费, 若某用户该月用水5吨, 问应交水费多少元?
- (2) 写出 y 与 x 的函数解析式.
- (3) 若某月一用户交水量48元, 则该用户用水多少吨?

【答案】 (1) 10元.

$$(2) \begin{cases} y = 2x (0 \leq x \leq 15) \\ y = 3x - 15 (15 < x \leq 22) \\ y = 4x - 37 (x > 22) \end{cases}.$$

(3) 21吨.

【解析】 (1) $\because$ 用水15吨交水费30元,

$\therefore$ 基本段每吨水费 $30 \div 15 = 2$ 元,

$\therefore$ 若某用户该月用水5吨, 应交水费 $2 \times 5 = 10$ 元.

(2) 分三种情况:

① 当 $0 \leq x \leq 15$ 时, 易得 $y = 2x$;

② 当 $15 < x \leq 22$ 时, 设 $y = kx + b$,

$\because (15, 30), (22, 51)$ 在直线 $y = kx + b$ 上,

$$\therefore \begin{cases} 15k + b = 30 \\ 22k + b = 51 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 3 \\ b = -15 \end{cases},$$

$\therefore y = 3x - 15$;

③ 当 $x > 22$ 时, 设 $y = mx + n$,

$\because (22, 51), (24, 59)$ 在直线 $y = mx + n$ 上,

$$\therefore \begin{cases} 22m + n = 51 \\ 24m + n = 59 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = 4 \\ n = -37 \end{cases},$$

$\therefore y = 4x - 37$.

综上所述, y 与 x 的函数解析式为
$$\begin{cases} y = 2x (0 \leq x \leq 15) \\ y = 3x - 15 (15 < x \leq 22) \\ y = 4x - 37 (x > 22) \end{cases}.$$

(3) 若某月一用户交水量48元, 设该用户用水 x 吨.

$\because$ 用水15吨交水费30元, 用水22吨交水费51元,

而 $30 < 48 < 51$,

$\therefore 15 < x < 22$.

由题意，得 $3x - 15 = 48$ ，

解得 $x = 21$ ．

答：若某月一用户交水量48元，则该用户用水21吨．

【标注】【能力】运算能力

【知识点】一元一次方程的梯度计价问题

【知识点】有理数乘除法与实际问题

【知识点】一次函数与实际问题

【思想】函数思想

【思想】方程思想